



I Congreso Latinoamericano de Investigación en Didáctica de las Ciencias
Experimentales

DESAFÍOS DE LA EDUCACIÓN CIENTÍFICA HOY

Formar sujetos competentes para un mundo en permanente transformación

Póster

LA PROPORCIONALIDAD Y SU ENSEÑANZA: ESTUDIO SOBRE LOS CONOCIMIENTOS DE LOS MAESTROS DE EDUCACIÓN SECUNDARIA

Rocío Guadalupe Balderas-Robledo

David Block-Sevilla

María Teresa Guerra-Ramos

RESUMEN

En este trabajo se exploraron los conocimientos de los maestros para la enseñanza de la proporcionalidad en educación secundaria. Para ello se diseñó y aplicó un cuestionario a un grupo de 63 maestros en el cual se analizó la resolución de problemas de proporcionalidad, la diversidad de procedimientos empleados, algunas propiedades con las que caracterizan a las relaciones de proporcionalidad y algunas ideas relacionadas con la enseñanza del tema. Los resultados muestran que los maestros fueron capaces de resolver ciertos problemas (valor faltante, reparto proporcional y comparación de razones) y emplear diferentes procedimientos. No obstante, fueron menos exitosos en problemas de escalas sucesivas, identificación de escalas y relación aditiva, en los que hubo deficiencias conceptuales. Pocos lograron identificar las propiedades de las relaciones de proporcionalidad y construir argumentos para justificar la presencia o ausencia de la proporcionalidad en las diferentes situaciones.

ABSTRACT

This study explored the teachers' knowledge base to teach proportionality in secondary education. We designed and implemented a questionnaire that was responded by a group of 63 teachers. The questionnaire included problems of proportionality and explored the diversity of procedures used, properties of proportionality relationships and ideas related to teaching this curriculum topic. The results show that teachers were able to solve some problems types (missing value, proportional distribution and comparison of ratios) and using different procedures. However, teachers were less successful in problems involving successive scales, identification of scales and additive

relationships, here they showed some conceptual misunderstandings. Few were able to identify the properties of proportionality and build arguments to justify the presence or absence of proportionality in different situations.

Keys words: proportionality, knowledge of teachers, argumentation, teaching of the proportionality.

Palabras claves: proporcionalidad, conocimiento de maestros, argumentación, enseñanza de la proporcionalidad.

Palavras chave: proporcionalidade, conhecimento dos professores, argumentação, ensino da proporcionalidade.

INTRODUCCIÓN

El estudio de la proporcionalidad en México, quizá al igual que en otros países, es fundamental en la educación matemática de los estudiantes de primaria y secundaria, no obstante, se incluye también en la educación media y hasta en superior. Comprender la proporcionalidad ayuda recíprocamente a comprender otras nociones matemáticas con las que guarda relaciones, como es el caso de, conversiones de unidades, figuras a escala, semejanza, trigonometría, funciones, razón de cambio. La proporcionalidad constituye posiblemente el conocimiento de aritmética más complejo desde el punto de vista de la formación matemática del nivel básico. Se puede encontrar presente en casi en todas las disciplinas científicas incluyendo las del área de sociales (Fiol y Fortuny, 1990). Más aún, la proporcionalidad se puede encontrar en diversas situaciones de la vida diaria, como por ejemplo, al hacer una compra, o al hacer una receta de cocina, o conocer tu salario, etc.

Diversos estudios cognitivos (Inhelden y Piaget, 1955; Hart, 1988, Noelting, 1981) y didácticos (Vergnaud, 1988; Block, 2001; Ramírez, 2004; Mendoza, 2007), han mostrado la existencia de dificultades para resolver problemas de proporcionalidad y han dejado ver que estas dificultades, en particular el utilizar estrategias aditivas en

lugar de multiplicativas, pueden provenir tanto de una cuestión de desarrollo del razonamiento proporcional, como de una enseñanza deficiente.

Cabe señalar que con respecto a este último punto, la enseñanza de la proporcionalidad ha tenido cambios sustanciales en el curriculum mexicano, principalmente en la manera en la que se reconstruye y define el saber matemático, además de los cambios en aspectos didácticos. Estos cambios han afectado el conocimiento que se tiene del tema, incluyendo el de los maestros (Block, 2006), pues lo que saben es también consecuencia de lo que les han enseñado e influye en lo que enseñan. No obstante, los maestros siguen siendo parte de un sistema, en el que son responsables del proceso de enseñanza, en particular, de los contenidos. Partiendo de esto nos centramos en averiguar ¿cuáles son los conocimientos que los maestros tienen sobre la noción de proporcionalidad y algunos aspectos de su enseñanza? De manera que nos acercaran a la problemática de ¿cómo se enseña hoy en día la proporcionalidad?

LA PROPORCIONALIDAD EN LAS DIFERENTES REFORMAS EN MÉXICO

En México, a lo largo de las últimas cinco décadas ha habido al menos tres reformas curriculares en secundaria (12-15 años), las cuales han influido probablemente en la forma de enseñar la proporcionalidad.

Un ejemplo claro de lo anterior podría ser la desaparición (1932) de la regla de tres, técnica usada para resolver problemas de proporcionalidad, y que después de un tiempo fue reincorporada (sesentas) al curriculum en la Teoría Clásica de Razones y Proporciones (Ramírez, 2004). Dicha teoría se caracterizaba por la aplicación de reglas, fórmulas y definiciones en un gran número de problemas estereotipados (Block y Álvarez, 1999). Más tarde, en los años setentas, con la influencia europea, surgieron las “matemáticas modernas”, cuyo objetivo era “iniciar al niño en las conceptualizaciones formales de la matemática y de la manipulación de situaciones, expresiones y objetos” (SEP, 1972: ix, en Ramírez, 2004). Lo más relevante de este enfoque fue la introducción de las ideas de variación o dependencia funcional, así como una tendencia a relegar las magnitudes, a favor de un trabajo más numérico (Ramírez, 2004; Block, 2005). Posteriormente, para la reforma de 1993 influyeron los

primeros aportes de la investigación didáctica de las matemáticas de procedencia constructivista (principalmente de la Teoría de las Situaciones Didácticas de Brousseau, 1997). Se atendió más los procesos de construcción de conocimientos específicos, así como las condiciones didácticas que podían favorecer el aprendizaje de las matemáticas (Block y Álvarez, 1999). Se recupera un trabajo con magnitudes, se incluyeron procesos de comparación de razones, utilización de tablas, variación proporcional e identificación de situaciones en las que subyace o no la proporcionalidad (Ramírez, 2004), además que, se favoreció al desarrollo de algunas reglas, a partir de la resolución de problemas.

Finalmente, en el 2006 surgió la Reforma Integral de Educación Secundaria, y actualmente es la que se rige. Esta propuesta conserva el énfasis de que el aprendizaje sea construido a través de problemas. Además, favorece el uso de herramientas matemáticas para ampliar, reformular o rechazar ideas previas; y promueve la búsqueda de diferentes formas de resolver los problemas y de formular argumentos que validen los resultados. Se hacen explícitas las competencias matemáticas que se desea que los alumnos adquieran durante su educación secundaria: planteamiento y resolución de problemas, argumentación, comunicación y manejo de técnicas) (SEP, 2006). Razón por la que también nos pareció pertinente hacer la reflexión de lo que los maestros saben.

LA PROPORCIONALIDAD COMO CONJUNTO DE SITUACIONES Y COMO PRAXEOLOGÍA

Los referentes teóricos en los que se enmarcó la investigación fueron la Teoría de Situaciones Didácticas (TSD) y la Teoría Antropológica de lo Didáctico (TAD).

De la TSD de Brousseau se retoma la idea de caracterizar al conocimiento matemático desde el punto de vista de las situaciones en las que funciona y ofrece herramientas para analizarlas:

- Presenta y trata el conocimiento matemático expresado en situaciones.
- Diferentes situaciones ponen en juego un mismo conocimiento matemático resaltando características particulares.

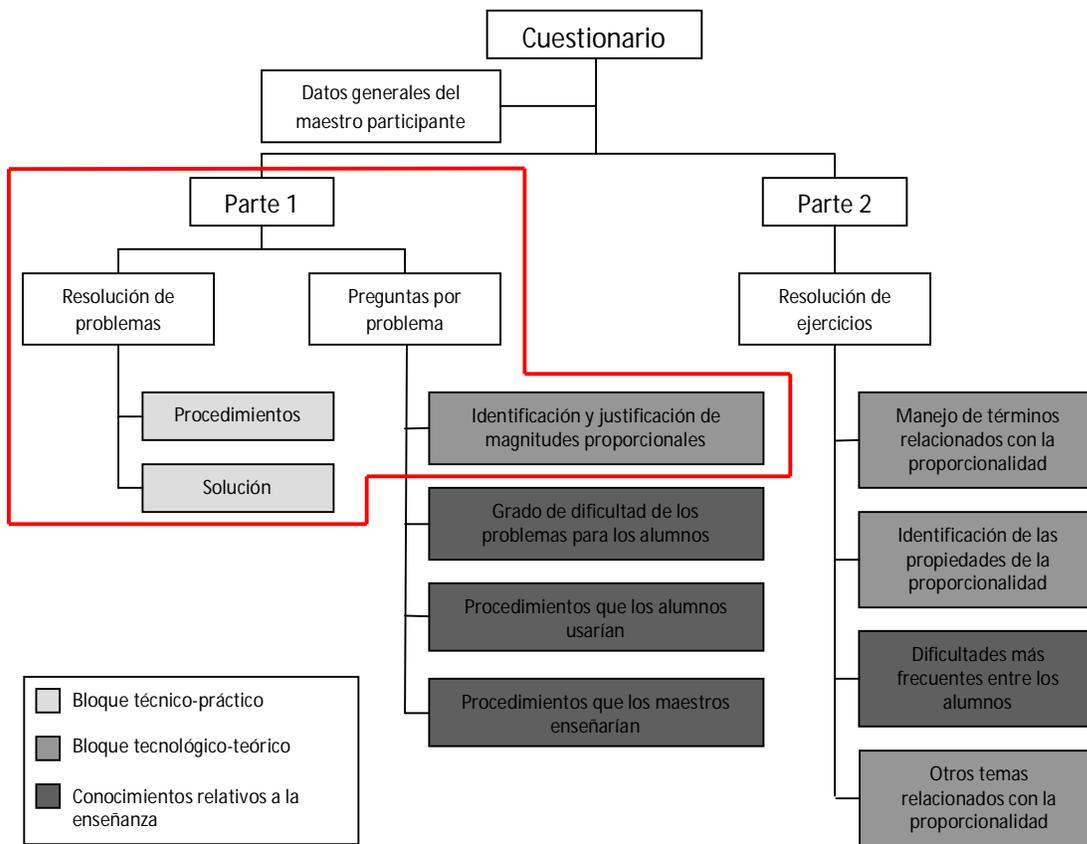
- Manipulación de las variables didácticas. Son las variables que el docente puede fijar. La elección de valores diferentes en una misma situación puede provocar cambios en el conocimiento óptimo, es decir, que para algunos valores de esas variables existe al menos una estrategia óptima y uno o varios conocimientos que le corresponden (Brousseau, 2007, p.32).

De la TAD de Chevallard retomamos los conceptos de praxeología y transposición didáctica:

- Toda actividad matemática institucional puede modelizarse mediante la noción de praxeología (u organización) matemática (Chevallard, 1999). Su estructura se compone de: tareas, técnicas (bloque práctico-técnico: praxis), tecnologías y teorías (bloque tecnológico-teórico: logos) (Chevallard, Bosch y Gascón, 1997). De esta manera pretendemos caracterizar dos aspectos de la proporcionalidad: praxis, formada por los tipos de problemas y las técnicas y; logos, en donde ubicamos el conocimiento explícito de las propiedades que definen a la proporcionalidad.
- La transposición didáctica de las transformaciones que sufre un conocimiento, en este caso la proporcionalidad, para poder ser enseñado (Chevallard, 1992).

METODOLOGÍA

Para explorar los conocimientos de los maestros se diseñó y aplicó un cuestionario. Éste examinó tres tipos de conocimientos que eran de nuestro interés: los conocimientos del bloque técnico-práctico (tareas y técnicas), los del bloque tecnológico-teórico (justificaciones) y, los relativos a la enseñanza de la proporcionalidad (percepciones sobre el conocimiento de los alumnos y de situaciones didácticas). En este trabajo nos centraremos principalmente en los primeros dos (práctico y teórico), los resultados completos y detallados se encuentran en Balderas (2010). En el Cuadro 1 podemos ver la estructura del cuestionario, lo que está encerrado es lo que reportamos aquí.



Cuadro 1. Estructura del cuestionario.

Para el diseño de los ocho problemas se consideró el programa de estudios 2006 de primer grado de secundaria (SEP, 2006), así como también otros estudios similares (Comin, 2000; Block, 2006; Monteiro, 2003). Solo se trabajó con la proporcionalidad directa, pero se abarcaron varios tipos de problemas (valor faltante, comparación de razones, reparto proporcional, entre otros). Las variables didácticas fueron elegidas de forma intencional, de manera que favorecieran a ciertas técnicas o procedimientos, y así verificar si éstas eran conocidas por los maestros. También se incluyeron dos problemas en donde la relación no es de proporcionalidad (relación afín y aditiva) con la finalidad de averiguar si los maestros, además de resolverlos, los reconocían explícitamente.

En cada problema se solicitaron varios procedimientos de resolución con el fin de explorar la diversidad de procedimientos o técnicas que los maestros probablemente conocían. Además en cada uno de los problemas se plantearon dos preguntas, con el propósito de averiguar en qué grado los maestros podían explicitar y justificar si las magnitudes eran o no proporcionales.

El cuestionario fue aplicado a 63 maestros del estado de Nuevo León, México, en un contexto de un taller para maestros. Éstos reunían las características de ser docente de matemáticas en escuelas secundarias públicas o privadas del estado y estar impartiendo clases en el periodo 2007–2008, preferentemente en primer grado.

Posteriormente, los problemas resueltos por los maestros fueron clasificados de acuerdo a categorías creadas a partir de los mismos datos, así como las justificaciones dadas en cada problema. Esto con la finalidad de generar tablas y gráficas de frecuencias que posteriormente sirvieron para el análisis cuantitativo y cualitativo.

RESULTADOS

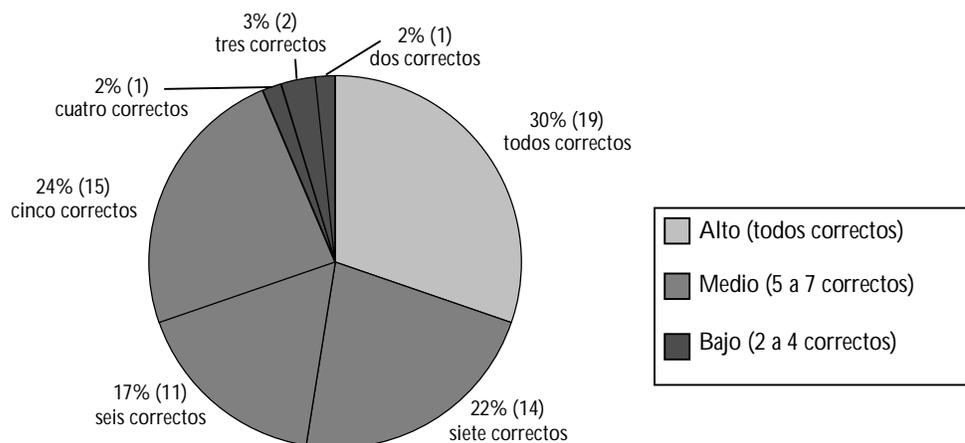
Resolución de los problemas

Al revisar los problemas encontramos que cada uno mostraba un grado de dificultad que se reflejaba en las resoluciones, lo cual nos permitió separar los ocho problemas en, problemas fáciles (valor faltante, reparto, comparación) y, difíciles (relación aditiva, factores sucesivos y reconocimiento de una escala).

Esta dificultad también influyó en la cantidad de procedimientos propuestos por los maestros. En los problemas fáciles al menos la mitad de los maestros propusieron más de un procedimiento, mientras que en los difíciles, propusieron en su mayoría uno.

Desde el punto de vista de la obtención de resultados “problema correcto o no”, ubicamos el desempeño de los maestros en tres grupos: Alto, 30% resolvieron bien los

ocho problemas; Medio, 63% cometen entre 1 y 3 errores u omisiones y; Bajo, 7% cometen más de tres errores u omisiones (ver Gráfica 1).



Gráfica 1. Soluciones del cuestionario (n = 63).

Dentro de los procedimientos propuestos se observó de tres tendencias: fuerte incidencia de los procedimientos “clásicos”, la Regla de Tres y el Valor Unitario; presencia menor de los procedimientos “internos” (al doble, el doble) que suelen ser menos formales, más intuitivos; y presencia más pequeña de procedimientos “algebraicos”.

Finalmente, las principales dificultades en la resolución de los problemas fueron: dificultad para distinguir un problema que no es de proporcionalidad (relación afín y aditiva) de uno que sí lo es, dificultad con la noción de escala (confusión entre longitud y superficie) y dificultad con la noción de composición de factores de escala. Enseguida se muestra los problemas más complicados con un ejemplo de resolución en donde se presentan deficiencias.

Resolución errónea de problema de relación aditiva (no proporcional)

Problema 6 (55.6% de aciertos). Luisa tiene ocho años. Su hermana tiene lo doble. ¿Cuántos años tendrá la hermana cuando Luisa cumpla 10 años? Solución:

Luisa = 8 años hermana = 16 años
Luisa = 10 años hermana = 20 años
por cada año que tenga Luisa su hermana tendrá 2 veces más

Cuadro 2. Ejemplo de resolución del problema 6.

Resolución errónea de problema de escalas sucesivas

Problema 7 (50.8% de aciertos). Una fotografía se reduce con una escala de $\frac{1}{2}$ y enseguida se reduce nuevamente con una escala de $\frac{1}{4}$. ¿Cuál es la reducción total que sufre la fotografía original? Soluciones:

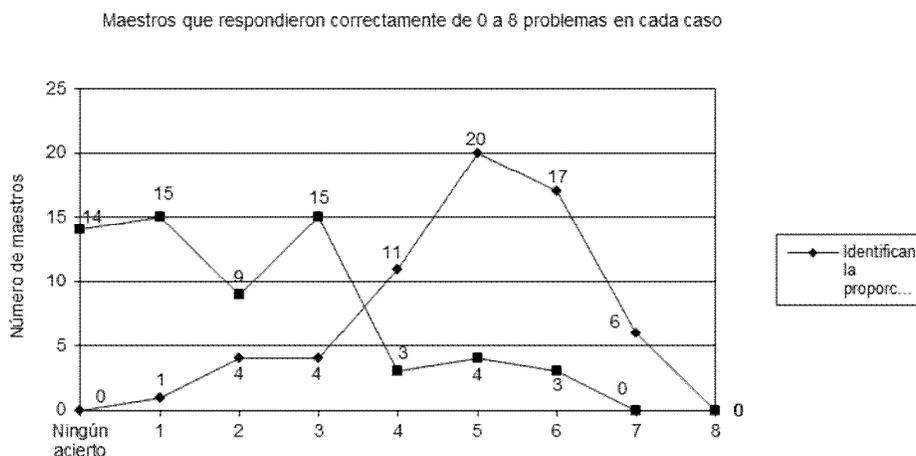
$\frac{1}{2} + \frac{1}{4} = \frac{4+2}{8} = \frac{6}{8} = \frac{3}{4}$	Haciendo un dibujo o con una hoja de papel (dibujar o doblar)	
		Reducción total por lado $\frac{1}{8}$ por lo tanto en total $\frac{1}{8} \times \frac{1}{8} = \frac{1}{64}$

Cuadro 3. Ejemplo de resolución del problema 7.

Reconocimiento de la proporcionalidad y su argumentación

Después de que los maestros resolvían cada problema del cuestionario se les preguntaba: ¿Cuáles son las magnitudes que se relacionan en este problema? ¿Considera que

esas magnitudes son proporcionales? Sí/No Justifique su respuesta. El solo identificar la presencia o ausencia de una relación de proporcionalidad no les garantizaba hacer una justificación correcta. En la Gráfica 2 podemos ver que la mayoría identificó correctamente a la proporcionalidad en 4 a 6 problemas; mientras que en los argumentos, justificó correctamente de 1 a 3 problemas, o bien, no justificó.



Gráfica 2. Distribución de maestros de acuerdo al número de problemas identificados y justificados correctamente.

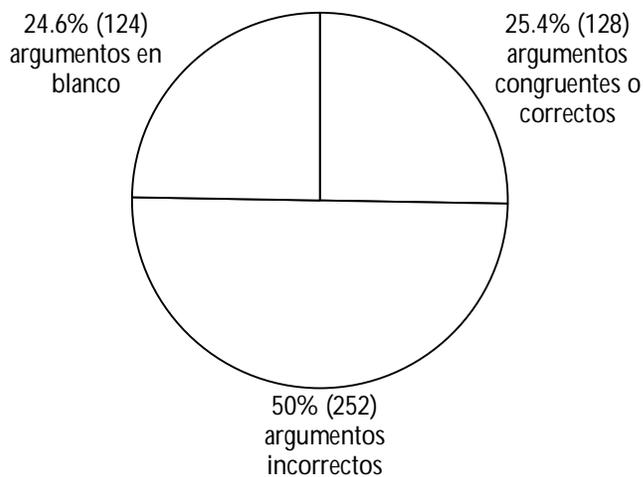
La tabla siguiente muestra que los maestros tienen grandes dificultades para argumentar: en los problemas fáciles, el 1 y el 2, menos del 45% logró argumentar correctamente. En los demás, lo hizo entre el 3 y 31% de los maestros:

Problema (proporcionalidad)	Identifican correctamente la presencia o ausencia de la proporcionalidad	Argumentan congruentemente	Ambas
P_1 (sí hay)	61	26	26
P_2 (sí hay)	60	28	28
P_3 (no)	33	20	17
P_4 (no)	10	11	6

P_5 (sí)	54	10	10
P_6 (no)	18	13	13
P_7 (sí)	35	2	2
P_8 (sí)	37	18	18

Tabla 1. Maestros que identificaron y argumentaron correctamente en cada problema (n = 63).

Los argumentos se consideraron correctos cuando lo afirmado era correcto de acuerdo al modelo de proporcionalidad y al contexto de la situación. Así de un total de 504 argumentos solicitados (ocho por cada uno de los 63 maestros) se obtuvo solo un 25.4% de argumentos correctos, y los restantes fueron incorrectos u omitidos (ver Gráfica 3).



Gráfica 3. Distribución de los argumentos de los ocho problemas.

Comparando estas cifras con las alcanzadas en la resolución de los problemas, en donde el 90% pudo resolver al menos cinco problemas, las argumentaciones están muy por debajo. Esta situación expresa que es en el conocimiento explícito de las

propiedades de la proporcionalidad en donde están las principales debilidades, es decir, en el bloque tecnológico teórico (Chevallard, 1999).

Ejemplos de argumentos deficientes

Los argumentos incorrectos fueron divididos en subcategorías:

a) Propiedades necesarias pero no suficientes.

- El comportamiento de las magnitudes, cuando una de ellas aumenta o disminuye, la otra también:

“Sí, porque a mayor kg más unidades y viceversa” (Problema 1)

b) Argumentos incompletos, implícitos o circulares.

- Hacen referencia a una idea de constancia, pero no precisan qué tipo de constancia o, utilizan argumentos circulares:

“Sí, porque la relación de ambas va cambiando constantemente” (Problema 2)

“Sí, la repartición es proporcional al porcentaje de la proporción que apporto cada una” (Problema 5)

c) Argumentos falsos.

- Atribuyeron la existencia de proporcionalidad solo a rasgos particulares de la situación o, a modelos matemáticos que no corresponden al de la proporcionalidad:

“Sí, ya que va de una escala mayor a una menor” (Problema 7)

“Sí, siempre cobra el mismo precio el kilómetro al total se agrega 7 de banderazo” (Problema 4)

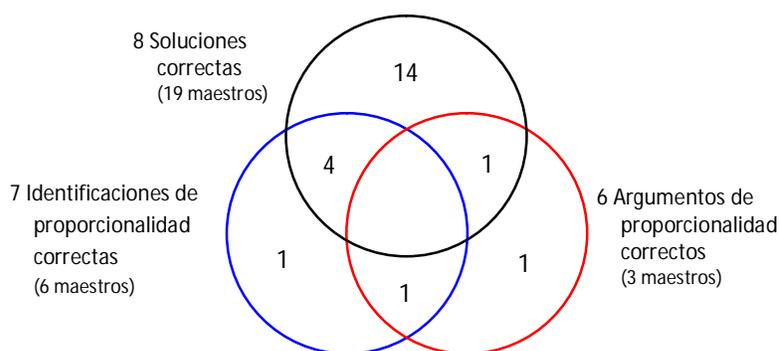
“Sí, la edad de la hermana siempre va 8 años arriba” (Problema 6)

- Argumentos correctos en el modelo matemático de la proporcionalidad, pero que se contraponen al contexto de la situación:

“Sí, porque siempre tendrá el doble” (Problema 6)

Relaciones entre resolver, identificar el tipo de relación y argumentar

Resolver los problemas del cuestionario, en comparación con identificar o argumentar el tipo de relación (proporcional o no), fue el apartado más sencillo para los maestros. Recordemos que 19 de los 63 maestros resolvieron los ocho problemas correctamente (Gráfica 1), no así para los otros dos apartados: en la identificación, solo 6 de los 63 contestaron el máximo de identificaciones correctas que fueron en siete problemas y; en la argumentación, solo 3 de los 63 argumentaron correctamente en el máximo de problemas que fueron seis (Gráfica 2). La siguiente gráfica muestra el número de maestros que obtuvieron la mayor cantidad de respuestas correctas en cada uno de los tres apartados:



Gráfica 4. Maestros con la mayor cantidad de respuestas correctas en cada apartado.

Ningún maestro obtuvo el máximo de respuestas correctas en los tres apartados. Quienes respondieron los ocho problemas correctamente no necesariamente les fue bien al identificar las relaciones de proporcionalidad y menos al argumentar. Este comportamiento fue contrario para quienes identificaron o argumentaron la mayor cantidad de respuestas correctas. La tendencia grupal observada fue la siguiente:

Los que resuelven bien los problemas	→	No necesariamente identifican bien la relación, ni argumentan bien
--------------------------------------	---	--

Los que identifican el tipo de relación	→	Resuelven bien los problemas, pero no argumentan bien
Los que argumentan bien	→	Resuelven e identifican correctamente la relación

Cuadro 3. Tendencias del grupo en los apartados.

Un ejemplo que refleja lo anterior puede ser el siguiente: 23 maestros resolvieron correctamente los problemas más difíciles (6 y 7), de éstos, 11 afirmaron que las magnitudes del problema 6 (relación aditiva) eran proporcionales, confirmando que resolver bien los problemas no implicó poder identificar el tipo de relación.

CONCLUSIÓN

Con el análisis del cuestionario, se notó una diferencia sustancial entre los conocimientos de los maestros que pertenecían al *bloque técnico práctico*, donde la mayoría obtuvo un desempeño bueno, y los conocimientos del *bloque tecnológico teórico*, donde los maestros demostraron deficiencias. Los maestros mostraron ser más competentes en la resolución de problemas de proporcionalidad que en identificar y argumentar la presencia o ausencia de la proporcionalidad.

Fue notable la dificultad que tuvieron los maestros para argumentar por escrito. Muchos de ellos solo afirmaban que había o no proporcionalidad sin dar una explicación, y los que lo hacían, respondían sin dar una causa precisa, o lo hacían de forma incompleta, dejando implícita una parte del argumento. Esta situación es preocupante si se considera que un aspecto innovador de la Reforma 2006 para la evaluación de la asignatura es la introducción de competencias, donde la *comunicación* (incluyendo la escrita) y la *argumentación* forman parte de la educación integral del estudiante (SEP, 2006).

Los procedimientos clásicos como la Regla de Tres y Valor Unitario fueron los más utilizados en la resolución de los problemas, aún en casos en donde los datos favorecían a otros procedimientos, como los internos.

Finalmente, se logró identificar, con claridad, donde están las limitaciones más graves. Este trabajo evoca la necesidad imperiosa de promover la capacidad de argumentación de los maestros, además de la redacción en general. En este sentido, el estudio es una referencia útil para la planeación de cursos o materiales didácticos, tanto en la formación de maestros como en los talleres de actualización de los mismos. Sin embargo, reconocemos que los resultados que aporta este trabajo son parciales, y deben ser complementados con otros acercamientos metodológicos.

BIBLIOGRAFÍA

- Balderas, R. (2010). La enseñanza de la noción de proporcionalidad en la escuela secundaria: conocimientos de maestros. Tesis de Maestría. México: CINVESTAV-IPN.
- Block, David y Ana María Álvarez (1999) "Los números en primer grado: cuatro generaciones de situaciones didácticas", *Educación Matemática*, 11 (1): 57-76.
- Block, D. (2001). La noción de razón en las matemáticas de la escuela primaria. Un estudio didáctico. Tesis de Doctorado. México: CINVESTAV-IPN.
- Block, D. (2006). Conocimientos de maestros de primaria sobre la proporcionalidad. 19a. Reunión Latinoamericana de Matemática Educativa, (675-680). Montevideo: RELME.
- Brousseau, G. (2007). *Iniciación al estudio de la teoría de las situaciones didácticas*. Argentina: Libros Zorzal.
- Chevallard, Y. (1992). *La transposición didáctica. Del saber sabio al saber enseñado*. Argentina: Aique (Psicología cognitiva y educación).
- Chevallard, Y., Bosch, M., y Gascón, J. (1997). *Matemáticas, alumnos y profesores. Las matemáticas en el aula*. En *Estudiar matemáticas. El eslabón perdido entre la enseñanza y el aprendizaje*, Barcelona: Horsori.
- Chevallard, Y. (1999). El análisis de las prácticas docentes en la teoría antropológica de lo didáctico. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 19 (2): 221-266.

- Comin, E. (2000). Proportionnalité et fonction linéaire. Caractères, causes et effets didactiques des évolutions et des réformes Dans la scolarité obligatoire. Francia: Université Bordeaux.
- Fiol, M. y Fortuny, J. (1990). Proporcionalidad directa. La forma y el número. España: Síntesis.
- Hart, K. (1988). Ration and proportion. En J. Herbert and M. Beher (Eds.), Number Concepts and operation in the middle grades, 2 (p. 198-219). Lawrence Erlbaum Associates NCTM.
- Inhelder, B. y Piaget, J. (1955). De la lógica del infante a la lógica del adolescente, París: PUF.
- Mendoza, Tatiana (2007). Estudio didáctico de la noción de porcentaje. Tesis de Maestría. México: CINVESTAV-IPN.
- Ramírez, M. (2004). Análisis de situaciones de proporcionalidad en la escuela primaria. Tesis de Maestría. México: CINVESTAV-IPN.
- SEP (2006). Educación Básica Secundaria. Programas de estudio 2006. México, D.F.
- Vergnaud, G. (1988). Multiplicative Structures. En Hiebert, James y Behr, M. (Eds.), Number Concepts and Operations in the Middle Grades (p. 141-161), Nueva York: NCTM.

Rocío Balderas-Robledo	Guadalupe	David Block-Sevilla	María Teresa Guerra- Ramos
Centro de Investigación y Estudios Avanzados, Unidad Monterrey	Centro de Investigación y Estudios Avanzados, Unidad Sede Sur	Centro de Investigación y Estudios Avanzados, Unidad Sede Sur	Centro de Investigación y Estudios Avanzados, Unidad Monterrey
México	México	México	México
rbalderas@cinvestav.mx		dblock@cinvestav.mx	tguerra@cinvestav.mx